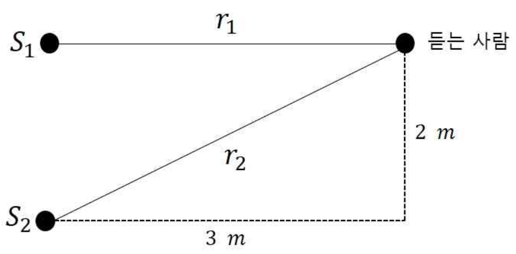
18장 중첩과 정상파

4. (a) 다음그림에서 S_1, S_2는 두 확성기이고, r_1, r_2는 확성기와 듣는 사람 사이의 거리이다.



$$k = \frac{2\pi}{\lambda}\left(=\frac{2\pi f}{\lambda f}\right) = \frac{2\pi f}{v} = \frac{2\pi(300\ \mathrm{s}^{-1})}{343\ \mathrm{m/s}} = 5.496\ m^{-1}$$

$$\delta = r_2 - r_1 = \sqrt{(3\ \mathrm{m})^2 + (2\ \mathrm{m})^2} - 3\ m = 0.6056\ m$$

$$k\delta(=3.328\ \mathrm{rad}) = 3.33\ \mathrm{rad}$$

(b) 확성기 소리의 진동수를 조절해서 위상차가 π라디안이 되게 하면 소리세기가 최소이다.
이 진동수를 f'이라 하자.

$$(k'\delta =)\frac{2\pi f'}{v}\delta = \pi \rightarrow f' = \frac{v}{2\delta} = \frac{343\ \mathrm{m/s}}{2(0.6056\ \mathrm{m})} = 283\ \mathrm{Hz}$$

7. 두 파동이 중첩한 파동의 파동함수는 각 파동의 파동함수를 더한 것이다. 두 파동은 파장과 진폭이 같고 진행 방향만 서로 다르므로 중첩하면 정상파동이 된다. 가로 위치란 이 문제에서 중첩된 파동함수의 값이다.

주어진 두 파동 함수 : $y_1 = 3.00\sin\pi(x+0.600t)$, $y_2 = 3.00\sin\pi(x-0.600t)$

(공식) $\sin A + \sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$ 사용

(a) $x = 0.250\ \mathrm{cm}$, $y = 6.00\sin[(0.250)\pi]\cos 0.600\pi t$

절대값이 진동의 진폭 : 최대 횡위치이다. 계산하면 $4.24\ \mathrm{cm}(=6.00\sin[(0.250)\pi])$

(b) 같은 방법으로 $x = 0.500\ \mathrm{cm} \rightarrow 6.00\,|\sin[(0.500)\pi]| = 6.00\ \mathrm{cm}$

(c) 같은 방법으로 $x = 1.50\ \mathrm{cm} \rightarrow 6.00\,|\sin[(1.50)\pi]| = 6.00\ \mathrm{cm}$

(d) 정상파동의 배에 해당하는 곳은 진폭이 최대인 곳이다. 즉, $|\sin\pi x| = 1$인 곳

$$\pi x = \frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi \rightarrow x = 0.500\ \mathrm{cm}, 1.50\ \mathrm{cm}, 2.50\ \mathrm{cm}$$

9. 정상파를 만드는 외부 진동에 공명하여 생긴 파동이므로 정상파의 진동수는 구동 진동수와 같다. 그리고 정상파는 한 파장에 두 개의 배가 생겨서 두 부분이 한 파장에 해당된다. 따라서 네 부분으로 진동한다는 말은 전체 길이가 파장의 두 배에 해당한다는 뜻이다.

(a) $2\lambda = L = 120\ \mathrm{cm}$ 이다. $\lambda = 60.0\ \mathrm{cm}$

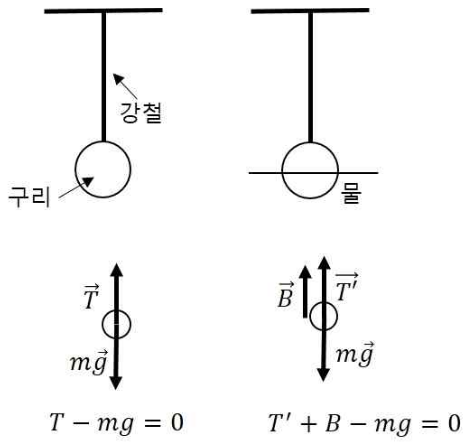
(b) 줄에 생긴 정상파의 파장에 대한 식 $\lambda_n = \frac{2L}{n}$에 의하면 위 파장은 λ_4에 해당한다.

(기본진동의 파장은 $\lambda_1 = 2L$이므로, $\lambda_1 = 240\ \mathrm{cm}$)

기본진동의 진동수 f_1이라 하고 (a)에서 $f_4 = 120\ \mathrm{Hz}$가 주어져 있다.

$v = \lambda_1 f_1 = \lambda_4 f_4$이므로 $f_1 = \frac{\lambda_4}{\lambda_1} f_4 = \frac{1}{4}(120\ \mathrm{Hz}) = 30.0\ \mathrm{Hz}$

13. 줄의 윗부분이 고정되어 있고 줄 아래에 질량이 달려있다. 평형 상태이므로 줄의 장력은 질량의 무게와 같다. 이 장력에 따라서 줄에서의 파동속력, 또 이에 따라 줄에 생기는 정상파동의 기본진동수가 달라진다. 물체의 일부분이 물속에 잠기면 잠긴 부분의 부피만큼의 물 무게만큼 부력을 받고 그 부력만큼 장력이 줄어들고 파동속도도 작아질 것이다. 일부가 물에 잠긴 경우도 파장이 달라지지 않는다.



처음 진동수 f, 파동속력 v, 줄의 장력 T

물체 부피의 절반이 물에 잠긴 후, 진동수 f', 파동속력 v', 장력 T'

λ가 같으므로, $\dfrac{f'}{f} = \dfrac{v'}{v} = \sqrt{\dfrac{T'}{T}}$, $(v = f\lambda, v = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}})$

왼쪽 자유물체도

$T = mg,\ T' = mg - B$

또 $B = \rho_{물}\left(\dfrac{V}{2}\right)g$, $m = \rho_{구리}V$ (V: 물체의 부피)

$$\frac{T'}{T} = \frac{\rho_{구리}Vg - \rho_{물}\left(\frac{V}{2}\right)g}{\rho_{구리}Vg} = \frac{\rho_{구리} - \left(\frac{\rho_{구리}}{2}\right)}{\rho_{구리}}$$

: $\rho_{구리} = 8.92 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$, $\rho_{물} = 1.00 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$

$$\therefore f' = f\sqrt{\frac{T'}{T}} = (300\ \mathrm{Hz})\sqrt{\frac{8.92 - 0.50}{8.92}} = 291\ \mathrm{Hz}$$